Uitwerkingen hoofdstuk 13 VWO A1,2 deel 4
Formules en Grafieken

1.

a. $\Delta x = 4$ en $\Delta y = 4{,}6$

b. Voor 4 km betaal je 4,6 euro dus voor 1 km betaal je $\frac{4{,}6}{4} = 1{,}15$ euro ; de kosten per km zijn dus $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

c. De voorrijkosten zijn : $5 - 2.1{,}15 = 2{,}7$ euro

d. De formule wordt: $y = 1{,}15\,x + 2{,}7$

2.

a. P is een lineaire functie van q punten (13 , 57) en (17 , 125) $\Rightarrow$ Stel
$\frac{\Delta P}{\Delta q} = \frac{125-57}{17-13} = \frac{68}{4} = 17 \Rightarrow P = 17\,q + b \Rightarrow$ door (13 , 57) $\Rightarrow 57 = 17 \,.\, 13 + b \Rightarrow b = -164 \Rightarrow$
$P = 17q - 164$

b. Stel $A = at + b$ punten (55 , 360) en (61 , 300) $\Rightarrow \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{360-300}{55-61} = -10 \Rightarrow$
$A = -10t + b$ door (55 , 360) $\Rightarrow 360 = -10 \,.\, 55 + b \Rightarrow b = 910 \Rightarrow A = -10t + 910$

c. Stel $Y = aX + b$ met punten (1 , 18) en (16 , 18) $\Rightarrow$ twee punten op gelijke hoogte $\Rightarrow$ horizontale lijn op hoogte 18 $\Rightarrow$ vergelijking is : $Y = 18$

3. q is een functie van $p \Rightarrow q = ap + b$

a. De getekende lijn gaat door de punten (25 , 10000) en (100 , 5500)
$\frac{\Delta q}{\Delta p} = \frac{10000-5500}{25-100} = -60 \Rightarrow q = -60.p + b$ door (100 , 5500) $\Rightarrow 5500 = -6000 + b \Rightarrow$
$b = 11500 \Rightarrow q = -60.p + 11500$ met $25 \le p \le 100$

b. Als $q = 42$ euro dan $q = -60 \,.\, 42 + 11500 = 8980$ De jaarlijkse verkoop is dus 8980 stuks.

c. Nu $q = 6400 \Rightarrow 6400 = -60 \,.\, p + 11500 \Leftrightarrow 60.p = 5100 \Leftrightarrow p = 85 \Rightarrow$ de prijs is dan 85 euro

d. $q = -60.p + 11500 \Leftrightarrow 60p = 11500 - q \Leftrightarrow p = \frac{-q+11500}{60} = -\frac{1}{60}q + 191\frac{2}{3}$

4. Stel $A = aP + b$ door (57 , 16) en (120 , 44) $\Rightarrow \frac{\Delta A}{\Delta P} = \frac{44-16}{120-57} \approx 0{,}444444\ldots.. \Rightarrow$
$A = 0{,}4444\ldots..P + b$ door (57 , 16) $\Rightarrow 16 = 0{,}44\ldots. \,.\, 57 + b \Rightarrow b \approx -9{,}33 \Rightarrow$
$A = 0{,}44.P - 9{,}33$ met $57 \le P \le 120$

5.

a. Stel $n = aT + b$ punten (24 , 32) en (19 , 24) $\Rightarrow \dfrac{\Delta n}{\Delta T} = \dfrac{32-24}{24-19} = 1{,}6 \Rightarrow n = 1{,}6T + b \Rightarrow$

door (24 , 32) $\Rightarrow 32 = 1.6 \cdot 24 + b \Leftrightarrow b = -6{,}4 \Rightarrow$ $n = 1{,}6T - 6{,}4$

b. $n = 1{,}6T - 6{,}4 \Leftrightarrow 1{,}6T = 6{,}4 + n \Leftrightarrow T = \dfrac{n+6{,}4}{1{,}6} \Leftrightarrow T = 0{,}625n + 4$

c. 22 sjirpen $\Rightarrow n = 22 \Rightarrow T = 0{,}625 \cdot 22 + 4 = 17{,}75$ $\Rightarrow$ de temperatuur is dan bijna 18º

6.

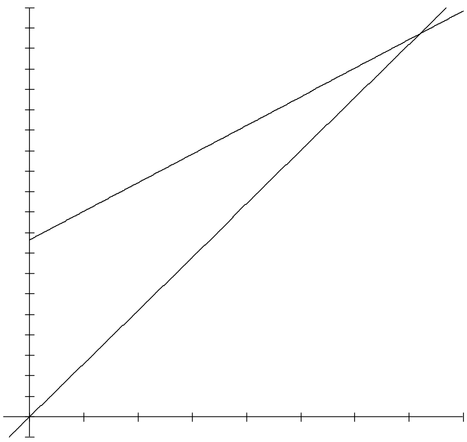
a. Vaste kosten 864 euro en 1,40 euro per stuk $\Rightarrow$
$K = 1{,}40 . q + 864$

b. Opbrengst is verkoopprijs maal het aantal $\Rightarrow R = 2{,}60 \cdot q$

c. Voer in : $y_1 = 1{,}4x + 864$ en $y_2 = 2{,}6.x$

d. De optie intersect geeft $x = 720$ en $y = 1872 \Rightarrow$
Bij een productie van 720 vazen per dag zijn de kosten gelijk aan de opbrengsten ,namelijk 1872 euro

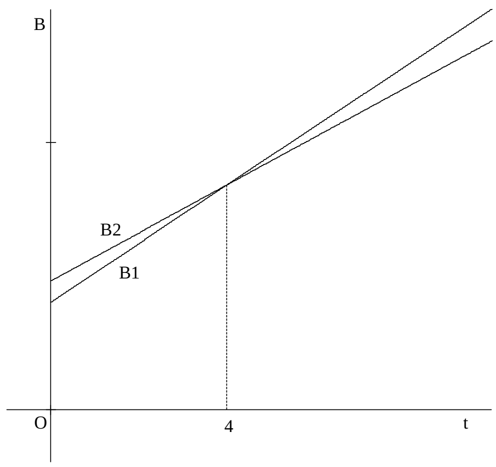
e. Winst is opbrengst min de kosten $\Rightarrow W = R - K =$
$2{,}60q - (1{,}40q + 864) = 1{,}20q - 864$
$W = 900 \Rightarrow 1{,}20q - 864 = 900 \Leftrightarrow 1{,}20q = 1764$
$q = 1470$ $\Rightarrow$ Bij een dagproductie van 1470 vazen is de winst 900 euro



7. $B_1 = 11t + 40$ en $B_2 = 9t + 48$

a. Schets beide grafieken .
Los op: $B_1 = B_2 \Rightarrow$
$11t + 40 = 9t + 48 \Leftrightarrow 2t = 8 \Leftrightarrow t = 4$
Nu aflezen B_1 voordeliger dan $B_2 \Rightarrow$
De grafiek van B_1 ligt onder die van B_2
Dit is het geval voor t kleiner dan 4 $\Rightarrow$
voor reparaties van minder dan 4 uur is B_1 voordeliger dan B_2.

b. Eerst berekenen: $B_2 + 12{,}50 = B_1$
$\Rightarrow 9t + 48 + 12{,}50 = 11t + 40 \Leftrightarrow$
$2t = 20{,}50 \Leftrightarrow t = 10{,}25$ Nu weer aflezen $\Rightarrow$ voor reparaties van meer dan 10 uur en een kwartier is B_1 meer dan 12,50 euro duurder dan B_2.



c. Twee mogelijkheden:
$B_1 - B_2 = 5$ en $B_2 - B_1 = 5 \Rightarrow$ $(11t + 40) - (9t + 48) = 5 \Leftrightarrow 2t - 8 = 5 \Leftrightarrow t = 6{,}5$
en $(9t + 48) - (11t + 40) = 5 \Leftrightarrow 8 - 2t = 5 \Leftrightarrow 2t = 3 \Leftrightarrow t = 1{,}5 \Rightarrow$ Bij reparaties tussen 1,5 en 6,5 uur zijn de verschillen minder dan 5 euro

8.

a. Lees af uit de figuur : $K_v = 100 + m \cdot a$ $m = \dfrac{600-100}{200-0} = 2{,}5 \Rightarrow K_v = 2{,}5.a + 100 \Rightarrow$

bij $a = 15$ dan $K_v = 475$ euro Bij 10 ton zijn de kosten 4750 euro

b. Proberen direct af te lezen uit de figuur: bij $K_t = 180000/300 = 600$ dan afstand is ≈ 330 km

c. $K_v = 2{,}5a + 100$ (zie a)

trein: neem de punten (0 , 200) en (500 , 800) $\Rightarrow \frac{\Delta K_t}{\Delta a} = \frac{800-200}{500} = 1{,}2 \Rightarrow$

$K_t = 1{,}2 \,.\, a + 200$

schip: neem de punten (0 , 400) en (800 , 800) $\Rightarrow \frac{\Delta K_s}{\Delta a} = \frac{800-400}{800-0} = 0{,}5 \Rightarrow$

$K_s = 0{,}5a + 400$

d. Per trein moet het voordeligste zijn $\Rightarrow$ de grafiek van de trein moet dan zowel onder de grafiek van de vrachtauto zijn als onder de grafiek van het schip. We moeten dus eerst de snijpunten berekenen. $\Rightarrow$

$1{,}2a + 200 = 2{,}5a + 100 \Leftrightarrow 1{,}3a = 100 \Leftrightarrow a \approx 77$ en

$1{,}2a + 200 = 0{,}5a + 400 \Leftrightarrow 0{,}7a = 200 \Leftrightarrow a \approx 286$ Nu aflezen uit de figuur $\Rightarrow$ voor afstanden tussen 77 en 286 km is het vervoer met de trein het voordeligste.

9.

a. Vaste kosten kunnen energiekosten zijn. Variabele kosten kunnen de inkoopkosten zijn

b. We zien direct dat geldt: $K = 0{,}60 \,.\, q + 200$

c. Gegeven de punten (1000 , 2) en (800 , 2.40) Stel $p = aq + b$ dan geldt :

$a = \frac{2{,}40-2}{800-1000} = -0{,}002 \Rightarrow p = -0{,}002.q + b$ door (1000 , 2) $\Rightarrow 2 = -2 + b \Leftrightarrow b = 4 \Rightarrow$

$p = -0{,}002q + 4$

d. 900 broodjes $\Rightarrow q = 900 \Rightarrow p = -0{,}002 \,.\, 900 + 4 = 2{,}2$ en $K = 0{,}60 \,.\, 900 + 200 = 740$

de opbrengst is dan 2,2 . 900 = 1980 euro

De winst is dan : $W = R - K = 1980 - 740 = 1240$ euro

10.

a. Direct is te zien: $K = 50000 + 35q$ Stel verder $p = aq + b$ We kennen de punten (5500 , 75) en (1000 , 150) $\frac{\Delta p}{\Delta q} = \frac{75-150}{5500-1000} \approx -0{,}016666\ldots \Rightarrow p = -0{,}01666\ldots\, q + b$

door (1000 , 150) $\Rightarrow 150 = -0{,}01666\ldots \,.\, 1000 + b \Rightarrow b \approx 167 \Rightarrow p = -0{,}0167q + 167$

b. $R = p.q = -0{,}0167q^2 + 167q$

$W = R - K = (-0{,}0167q^2 + 167q) - (50000 + 35q) = -0{,}0167q^2 + 132q - 50000$

c. Voer in: $y_1 = -0{,}0167x^2 + 132x - 50000$ Het is een bergparabool dus een maximum.

Dit maximum krijgen we bij $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{132}{-0{,}0167*2} \approx 3952$ dan $y = 210838 \Rightarrow$

de maximale winst krijgen we bij een prijs van : $-0{,}0167 \,.\, 3952 + 167 \approx 101$ euro

maximale winst is: $W = 210838$ euro

11.

a. Stel $p = aq + b$ en de punten (500 , 20) en (400 , 21) $\frac{\Delta p}{\Delta q} = \frac{21-20}{400-500} = -0{,}01 \Rightarrow$

$p = -0{,}01q + b$ door (500 , 20) $\Rightarrow 20 = -0{,}01 \,.\, 500 + b \Rightarrow b = 25 \Rightarrow p = -0{,}01q + 25$

b. $R = p.q = -0{,}01q^2 + 25q$

c. Het is een bergparabool $\Rightarrow$ er is dus een maximum. Dit vinden bij $q = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-25}{-0,02} = 1250$

Het maximum is dan 15625 $\Rightarrow$ de maximale weekopbrengst is dus 15625 euro

12. Bij 150 euro 130 appartementen ; Bij 155 euro dan 129 app. enz.

. Stel $p = aq + b$ $\dfrac{\Delta p}{\Delta q} = \dfrac{150-155}{130-129} = -5$ $\Rightarrow p = -5q + b$ door (130 , 150) $\Rightarrow$ 150 = -650 + $b \Rightarrow$

$b = 800 \Rightarrow p = -5q + 800$

R = $p.q = -5q^2 + 800q$ Ook dit is een bergparabool $\Rightarrow$ er is dus een maximum.

Maximum bij $q = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-800}{-10} = 80$ Het maximum is dan $R(80) = 32000$

Dit krijgen we dus bij q = 80 dus bij een prijs van -5 . 80 + 800 = 400 euro

13.

a. R = p . q = 50 . 1200 = 600000 euro

Het aantal defecte vaten is dan $\dfrac{1200}{500}.0,05.1200 = 144$

De totale kosten zijn dan: 1200 . 40 + 144 . 10 = 49440 euro

De winst is dan : 60000 – 49440 = 10560 euro

b. $R = pq = 50.q$

Het aantal defecte vaten is : $\dfrac{q}{500}.0,05q = 0,0001q^2$

$K = 0,0001q^2 . 10 + 40.q = 0,001q^2 + 40q$

$W = R - K = 50q - (0,001q^2 + 40q) = -0,001q^2 + 10q$

c. Dit is een bergparabool $\Rightarrow$ er is een maximum bij $q = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-10}{-0,002} = 5000$

Dus bij een productie van 5000 vaten per maand is de winst maximaal.

14.

a.
$$\begin{aligned} &20x^2 - 160x + 300 = 0 \\ &x^2 - 8x + 15 = 0 \\ &(x-5)(x-3) = 0 \\ &x = 5 \vee x = 3 \end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned} &0,02x^2 - 8x = 0 \\ &x(0,02x - 8) = 0 \\ &x = 0 \vee 0,02x - 8 = 0 \\ &x = 0 \vee 0,02x = 8 \\ &x = 0 \vee x = 400 \end{aligned}$$

c.
$$\begin{aligned} &q(4 - 0,2q) = 15 \\ &4q - 0,2q^2 - 15 = 0 \\ &q^2 - 20q + 75 = 0 \\ &(q-15)(q-5) = 0 \\ &q = 15 \vee q = 5 \end{aligned}$$

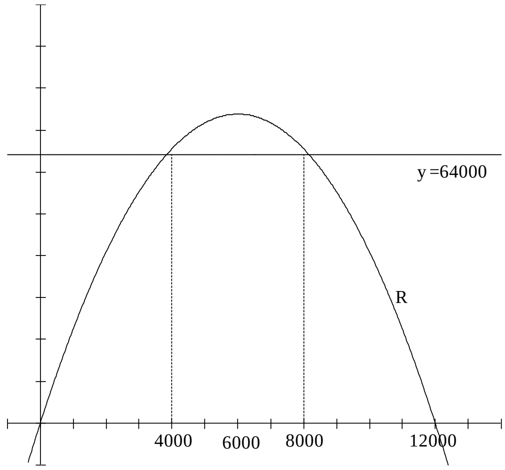
d.
$$\begin{aligned} &q(-0,01w + 40) = 0 \\ &q = 0 \vee -0,01q + 40 = 0 \\ &q = 0 \vee -0,01q = -40 \\ &q = 0 \vee q = 4000 \end{aligned}$$

15.

a. $R = 0 \Leftrightarrow -0{,}002q^2 + 24q = 0 \Leftrightarrow q(-0{,}002q + 24) = 0 \Leftrightarrow q = 0 \vee -0{,}002q + 24 = 0 \Leftrightarrow$
$q = 0 \vee 0{,}002q = 24 \Leftrightarrow q = 0 \vee q = 12000$

b. Het is een bergparabool $\Rightarrow$ er is dus een maximum Dit maximum treedt op bij de as van symmetrie . Hier dus het midden van de snijpunten met de horizontale as. $\Rightarrow q = 6000$
Het maximum is dus $R(6000) = 72000$ euro per maand.

c. $R = 64000 \Leftrightarrow -0{,}002q^2 + 24q = 64000 \Leftrightarrow$
$-0{,}002q^2 + 24q - 64000 = 0 \Leftrightarrow$
$q^2 - 12000q + 32000000 = 0 \Leftrightarrow$
$(q - 4000)(q - 8000) = 0 \Leftrightarrow q = 4000 \vee q = 8000$



d. Schets en verder aflezen uit de figuur $\Rightarrow$
Als de aantallen tussen 4000 en 8000 liggen dan is de opbrengst meer dan 64000 euro

16.

a. Stel $p = aq + b$ punten (400 , 28) en (1200 , 20) $a = \dfrac{\Delta p}{\Delta q} = \dfrac{28-20}{400-1200} = -0{,}01 \Rightarrow$
$p = -0{,}01q + b$ door (400 , 28) $\Rightarrow 28 = -0{,}01 \cdot 400 + b \Leftrightarrow b = 32 \Rightarrow p = -0{,}01q + 32$
$\Rightarrow$ de opbrengst R is dus : $R = p.q = -0{,}01q^2 + 32q$

b. $R = 2400 \Leftrightarrow -0{,}01q^2 + 32q = 24000 \Leftrightarrow -0{,}01q^2 + 32q - 24000 = 0 \Leftrightarrow$
$q^2 - 3200q + 2400000 = 0 \Leftrightarrow$ (q-1200)(q-2000)=0 $\Leftrightarrow$ q=1200 $\vee$ q=2000
Bij $q = 1200$ dan $p = -0{,}01.1200 + 32 = 20$
Bij $q = 2000$ dan $p = -0{,}01 \cdot 2000 + 32 = 12$
$\Rightarrow$ dus bij prijzen van 12 en 20 euro

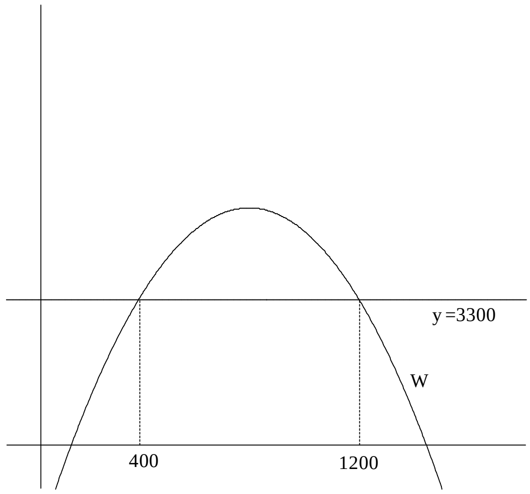
c. R is een bergparabool $\Rightarrow$ er is een maximum . Het maximum krijgen we bij
$q = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-32}{-0{,}02} = 1600$ dan is het maximum $R(1600) = 25600 \Rightarrow$
maximum is dus 25600 euro De prijs is dan : $-0{,}01 \cdot 1600 + 32 = 16$ euro

d. $K = 1500 + 16q \Rightarrow W = R - K = -0{,}01q^2 + 32q - (1500 + 16q) = -0{,}01q^2 + 16q - 1500$

e. We moeten eerst de snijpunten weten van W = 3300 $\Rightarrow$
Voer in : $y_1 = -0{,}01x^2 + 16x = 1500$ en $y_2 = 3300$
De optie intersect geeft $x = 400$ en $x = 1200$
Aflezen uit de figuur geeft aan dat de winst meer is dan 3300 euro als de prijs tussen 400 en 1200 euro ligt.

f. $q = 600$ $W = -0{,}01q^2 + 16q - 1500 \Rightarrow$
$W(600) = 4500$ Dit is 1000 euro minder $\Rightarrow$ de vaste kosten zijn dus 1500 - 1000 = 500 euro

g. $W = -0{,}01q^2 + 16q - 1500$ geeft
$W_{\max}$ *bij* $q = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{-16}{-0{,}02} = 800 \Rightarrow$



$W_{max}(800)$ = 4900 euro De vaste kosten zijn 1100 euro minder geworden $\Rightarrow$ Nu zijn dus de vaste kosten 400 euro

17.

a. $-0,03q^2 + 18q = 0 \Leftrightarrow q(-0,03q + 18) = 0 \Leftrightarrow q = 0 \vee -0,03q + 18 = 0 \Leftrightarrow$
$q = 0 \vee -0,03q = -18 \Leftrightarrow q = 0 \vee q = 600 \Rightarrow X_{max} = 600$

b. Gebruik Y_{max} = 2700 of misschien wat beter : Y_{max} = 3000

c. Bij $R = -0,005q^2 + 10q = 0 \Leftrightarrow q(-0,005q + 10) = 0 \Leftrightarrow q = 0 \vee 0,005q = 10 \Leftrightarrow$
$q = 0 \vee q = 2000$
Met vinden zoomfit vinden we : Y_{max} = 5000 Neem dus X_{max} = 2000 en Y_{max} = 6000

Bij $R = -0,06q^2 + 1200q = 0 \Leftrightarrow q(-0,06q + 1200) = 0 \Leftrightarrow q = 0 \vee -0,06q = -1200 \Leftrightarrow$
$q = 0 \vee q = 20000$ Met zoomfit vinden we Y_{max} = 6000000 Neem dus het window
Xmax = 200000 en Y_{max} = 7000000

18. $h = -0,18x^2 + 0,96$ met h en x in honderden feet en 1 foot = 0,314 meter

a. Snijpunten x-as $\Rightarrow -0,18x^2 + 0,96 = 0 \Leftrightarrow 0,18x^2 = 0,96 \Leftrightarrow x^2 \approx 5.333\ldots \Leftrightarrow x \approx 2,31 \vee$
$x = -2,31 \Rightarrow$ AB = 2.2,31 = 4,62 keer 100 feet = 462 feet = 462 . 0,314 meter $\approx$ 145 meter

b. PQ = 380 feet = 3,8 keer 100 feet $\Rightarrow x_Q = 1,9 \Rightarrow h_q = -0,18 \cdot 1,9^2 + 0,96 = 0,3102$
Verder weten we dat OT = 0,96 $\Rightarrow$ het hoogteverschil tussen T en Q is dus 0,6498 $\Rightarrow$
het water staat 0,6498 keer 100 $\approx$ 65 feet onder T

c. 70 feet onder T $\Rightarrow$ 0,7 keer 100 feet onder T $\Rightarrow$ het wateroppervlak heeft dan een hoogte van
0,96 – 0,7 = 0,26 $\Rightarrow h = 0,26 \Leftrightarrow -0,18x^2 + 0,96 = 0,26 \Leftrightarrow 0,18x^2 = 0,70 \Leftrightarrow x^2 \approx 3,88\ldots \Leftrightarrow$
$x \approx -1,97 \vee x \approx 1,97 \Rightarrow$ de breedte van het wateroppervlak is dan:
2 . 1,97 keer 100 feet = 394 feet = 394 . 0,314 meter $\approx$ 123,7 meter = 1237 dm

19.

a. vaste kosten b.v vaste energiepremie ; variabele kosten: b.v. loonkosten door wisseling van personeel.
Vaste kosten zijn nu 10 keer 1000 euro = 10000 euro

b. grafiek door (10 , 40) en (30 , 70) $\Rightarrow \Delta K = 70 - 40 = 30$
$\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{30}{20} = 1,5$ euro per kg ; Dat is de r.c. van de getekende verbindingslijn AB

c. Deze waarden nemen nu toe omdat dan de verbindingslijn steeds steiler zal lopen.

d. Nu moeten we kijken naar de r.c. van de **raaklijn** in punt A $\Rightarrow$ r.c.$_{raaklijn} = \frac{50}{20} = 2,5$

20.

a. Op [-3 , -1] : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0-10}{(-1)-(-3)} = -5$

Op [1 , 3] : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{40-25}{3-1} = 7,5$

Op [2 , 5] : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{30-35}{5-2} = -\frac{5}{3}$

b. Op [0 , 3] : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{40-10}{3-0} = 10$

21.

a. Op [2 , 4] : $\frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{50-20}{4-2}$ = 15 euro per eenheid product

b. Productie van 4000 naar 6000 stuks $\Rightarrow$ q van 4 naar 6 $\Rightarrow$ $\frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{20-50}{6-4}$ = -15 euro per eenheid product; de winst neemt namelijk af.

22.

a. Aflezen $\Rightarrow$ $y_A = 8$ De raaklijn door A gaat door (0,8) en (1,0) $\Rightarrow$ de helling wordt dus: $\frac{0-8}{1-0} = -8$

b. $y_B = 12$ Raaklijn in B door (7,12) en (3,20) $\Rightarrow$ de helling is: $\frac{12-20}{7-3} = -2$

c. $y_C = 0$ en $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2} = 0$ omdat de x-as horizontaal loopt.

23.

a. Voer in $y_1 = 0{,}1x^3 - 3x^2 + 50x + 50$ Neem de optie $\frac{dy}{dx}$ in $x = 8$ $\Rightarrow$ de helling is 21,2

b. Productie is 1400 stuks $\Rightarrow$ $q = 14$ Neem weer de optie $\frac{dy}{dx}$ $\Rightarrow$ $\frac{dy}{dx} = 24{,}8$ $\Rightarrow$ de snelheid is dus 24,8 cent per stuk

c. eerst afnemend stijgend en dan toenemend stijgend.

d. Het punt waarbij het afnemend stijgen overgaat in toenemend stijgen. Met proberen met de optie $\frac{dy}{dx}$ krijgen we $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=9} = 20{,}3$; $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=10} = 20$ en $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=11} = 20{,}3$ $\Rightarrow$ de helling is waarschijnlijk minimaal voor q = 10

24.

a. Voer in: $y_1 = x^2$ en de optie dy/dx krijgen we: $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3} = 6$

b. Steeds weer de optie dy/dx $\Rightarrow$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
Helling	-6	-4	-2	0	2	4	6

c. De formule van de hellingfunctie is : $y = 2x$

d. $x_P = 36$ $\Rightarrow$ de helling in P wordt dan 2.36 = 72

25.

a. $f(x) = 5x^6 - 5x^3 + 2x^2 - 4 \;\Rightarrow\; f\,'(x) = 30x^5 - 15x^2 + 4x$

b. $g(x) = 0{,}001x^3 - x^2 - x + 0{,}3 \;\Rightarrow\; f\,'(x) = 0{,}003x^2 - 2x - 1$

c. $h(t) = -0{,}3t^3 + 0{,}5t^2 + t + 1 \;\Rightarrow\; h\,'(t) = 0{,}9t^2 + t + 1$

d. $k(x) = 5x^3 + 2a \;\Rightarrow\; k\,'(x) = 15x^2$

26.

a. $f(x) = (3x+2)(6x-4) = 18x^2 - 12x + 12x - 8 = 18x^2 - 8 \;\Rightarrow\; f\,'(x) = 36x$

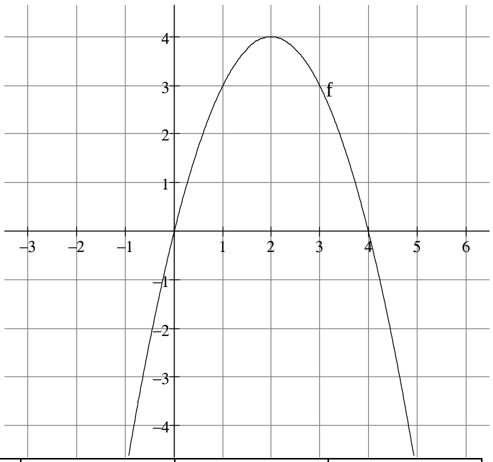
b. $g(x) = (3x+2)^2 = 9x^2 + 12x + 4 \;\Rightarrow\; g\,'(x) = 18x + 12$

c. $h(x) = 5(x+3)^2 - 5(x-1) = 5(x^2 + 6x + 9) - 5x + 5 = 5x^2 + 25x + 50 \Rightarrow h'(x) = 10x + 25$

d. $k(x) = 5ax^4 + 8ax - 3a \;\Rightarrow\; k\,'(x) = 20ax^3 + 8a$

27. $f(x) = -x^2 + 4x$

a.



x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-5	0	3	4	3	0	-5

b. $f\,'(x) = -2x + 4$

c. $x_A = 3 \Rightarrow y_A = 3$ De helling in punt A is: $f\,'(3) = -2 \cdot 3 + 4 = -2$

d. In B $x_B = 2 \Rightarrow$ de helling in punt B is: $f\,'(2) = -2 \cdot 2 + 4 = 0$
Punt B is de top van de parabool *f*.

28. $g(x) = 2x^2 + 3x \Rightarrow g\,'(x) = 4x + 3$ en stel $y = ax + b \Rightarrow a = g\,'(3) = 12 + 3 = 15 \Rightarrow$
$k : y = 15x + b$ door A(3 , 27) $\Rightarrow 27 = 15 \cdot 3 + b \Leftrightarrow b = -18 \Rightarrow k : y = 15x - 18$

29. $h(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$

a. $h\,'(x) = 3x^2 - 4x + 1$ en stel $y = ax + b \Rightarrow a = h\,'(-2) = 12 + 8 + 1 = 21 \Rightarrow y = 21x + b$
door A $\Rightarrow y_A = -8 -8 -2 +3 = -15 \Rightarrow -15 = 21 \cdot (-2) + b \Leftrightarrow b = 27 \Rightarrow y = 21x + 27$

b. Snijpunt B met de y-as $\Rightarrow$ B(0 , 3) Stel weer $y = ax + b \Rightarrow h\,'(0) = 1 \Rightarrow y = x + b$ verder
door B(0 , 3) $\Rightarrow 3 = 0 + b \Rightarrow b = 3 \Rightarrow y = x + 3$

30. f(x) = - x^2 + 6x snijpunt x-as $\Rightarrow$ - x^2 + 6x = 0 $\Leftrightarrow$ -x(x – 6) = 0 $\Leftrightarrow$ x = 0 $\vee$ x = 6 $\Rightarrow$ het tweede snijpunt is bij x = 6 $\Rightarrow$ raakpunt is dus P(6 , 0)
f '(x) = -2x + 6 $\Rightarrow$ f '(6) = -6 $\Rightarrow$ voorlopige vergelijking: y = -6x + b door (6 , 0) $\Rightarrow$
0 = -36 + b $\Leftrightarrow$ b = 36 $\Rightarrow$ de vergelijking van k is: y = -6x + 36

31. $f(x) = 5(x^2 – 3)(2x – 4) = 5(2x^3 – 4x^2 – 6x+ 12) = 10x^3 – 20x^2 – 30x+ 60$
a. f '(x) = 30x^2 - 40x - 30
b. de snelheid is f '(3) = 270 – 120 – 30 = 120
c. x = 1 bij punt A $\Rightarrow$ raakpunt A(1 , 20) en r.c. = f '(1) = -40 $\Rightarrow$ vergelijking : y = -40x + b
door (1 , 20) $\Rightarrow$ 20 = -40 + b $\Leftrightarrow$ b = 60 $\Rightarrow$ de vergelijking van k is: y = -40x + 60
d. snijpunt met de y-as $\Rightarrow$ P(0 , 60) r.c. = f ' (0) = -30 $\Rightarrow$ voorlopige vergelijking is:
y = -30x + b door (0 , 60) $\Rightarrow$ 60 = 0 + b $\Leftrightarrow$ b = 60 $\Rightarrow$ de vergelijking van l is:
y = -30x + 60

32.
a. $f(x) = ax = a.x^1 \Rightarrow f\,'(x) = a.x^0 = a$
$g(x) = c = c.x^0 \Rightarrow g\,'(x) = 0.c.x^{-1} = 0$
b. Hij differentiëert twee keer in plaats van 1 keer.
c. Hij stelt de gegeven functie $f(x)$ gelijk aan de afgeleide functie f '(x) en dat is natuurlijk niet correct.

33.
a. $f(x) = 5x^2 + 3a^4 \quad \Rightarrow \quad f\,'(x) = 10x + 0 = 10x$
b. $f(a) = 5x^2 + 3a^4 \quad \Rightarrow \quad f\,'(a) = 0 + 12a^3 = 12a^3$
c. Bij de notatie y' zie je niet wat de variabele is.

34.
a. $\frac{d}{dx}(4x^3 - x^2 + 5x - 2) = 12x^2 - 2x + 5$
b. $\frac{d}{dt}(t^3 - 3t + 3) = 3t^2 - 3$
c. $\frac{d}{da}(5 - a^2) = -2a$
d. $\frac{d}{dq}(-q^3 + 8q^2 + 100) = -3q^2 + 16q$
e. $\frac{d}{dx}(7x^2 - 8x^4) = 14x - 32x^3$
f. $\frac{d}{dq}(q^3 + \frac{1}{3}q) = 3q^2 + \frac{1}{3}$

35.
a. $\frac{d(9x^2 - 5px)}{dx} = 18x - 5p$

b. $\dfrac{d(9x^2 - 5px)}{dp} = 0 - 5x = -5x$

c. $\dfrac{d(a^3 - 3at^2)}{dt} = 0 - 6at = -6at$

d. $\dfrac{d(a^3 - 3at^2)}{da} = 3a^2 - 3t^2$

e. $\dfrac{d(x-3)(x^2+7)}{dx} = \dfrac{d(x^3 + 7x - 3x^2 - 21)}{dx} = 3x^2 + 7 - 6x = 3x^2 - 6x + 7$

f. $\dfrac{d(x-5)^2}{dx} = \dfrac{d(x^2 - 10x + 25)}{dx} = 2x - 10$

36. $R = 5q^2 - 3pq + p^3$

a. $\dfrac{dR}{dq} = 10q - 3p + 0 = 10q - 3p$

b. $\dfrac{dR}{dp} = 0 - 3q + 3p^2 = -3q + 3p^2$

37.

a. De grafiek stijgt in het punt E dus is de helling positief $\Rightarrow f'(5) > 0$

b. De grafiek stijgt op die intervallen en de helling is dus daar positief.

c. De grafiek daalt op het interval (1 , 3) dus is de helling daar negatief.

d. De helling is nul in de punten C en D. Deze twee punten hebben een horizontale raaklijn en zijn tevens toppen van de gegeven grafiek.

38. $N = t^3 - 8t + 200$ met t in dagen en $0 \le t \le 10$ en $t = 0$ op 1 januari om 0.00 uur.

a. 2 januari om 12 uur $\Rightarrow t = 1{,}5$ $\quad \dfrac{dN}{dt} = 3t^2 - 8 \quad \Rightarrow \left[\dfrac{dN}{dt}\right]_{t=1,5} = 3.1{,}5^2 - 8 = -1{,}25 < 0 \Rightarrow$

bij $t = 1{,}5$ daalt N en neemt dus het aantal bacteriën af.

b. 5 januari 12,00 uur $\Rightarrow t = 4{,}5 \Rightarrow \left[\dfrac{dN}{dt}\right]_{t=4,5} = 3.4{,}5^2 - 8 = 52{,}75 > 0 \Rightarrow$

bij $t = 4{,}5$ stijgt N en neemt het aantal bacteriën dus toe.

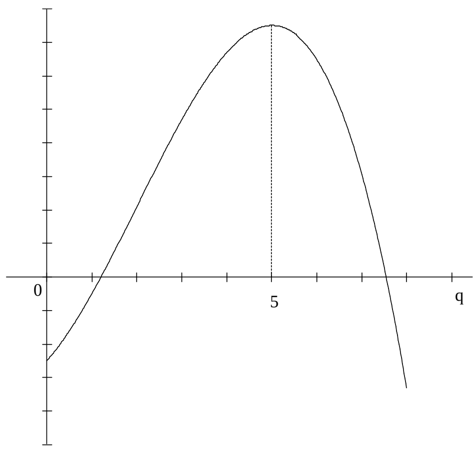
c. 6 januari $\Rightarrow$ t van 5 tot 6 $\Rightarrow$ de toename is dan : $N(6) - N(5) = 368 - 285 = 83 \Rightarrow$
Er zijn dus 83 miljoen bacteriën bij gekomen.

d. 3 januari om 4.00 uur $\Rightarrow t = 2\frac{1}{6} \Rightarrow \left[\dfrac{dN}{dt}\right]_{t=2\frac{1}{6}} = 3.\left(2\frac{1}{6}\right)^2 - 8 \approx 6{,}08 \Rightarrow$ de snelheid is dan

ongeveer 6,08 miljoen bacteriën per dag $\Rightarrow$ dat is $\dfrac{6{,}08 \text{ miljoen}}{24.60.60 \text{ seconden}} \approx 70$ per seconde

39. $R = -0,01q^2 + 100q \;\Rightarrow\; \dfrac{dR}{dq} = -0,02q + 100 \;\Rightarrow\; \dfrac{dR}{dq} = 0 \;\Leftrightarrow\;$ -0,02q+100=0 $\Leftrightarrow$ q=5000
Het is een bergparabool $\Rightarrow$ er is dus een maximum. $\Rightarrow$ max $R(q)$ = -0,01.5000^2 + 100.5000 = 250000 euro

40. $W = -q^3 + 6q^2 + 15q - 25 \;\Rightarrow\; \dfrac{dW}{dq} = -3q^2 + 12q + 15 = 0 \;\Leftrightarrow$
$q^2 - 4q - 5 = 0 \Leftrightarrow$
$(q - 5)(q + 1) = 0 \Leftrightarrow$ $q = 5 \vee q = -1$ (voldoet niet)
Uit de schets volgt dat er een maximum is bij $q = 5 \Rightarrow$
$W_{max} = 75 \Rightarrow$
De maximale winst is 75000 euro bij een productie van 5000 per maand.



41. $N = 2t^2 - 80t + 1400$; t is de tijd in dagen en t = 0 op 1 juli om 0.00 uur.

a. $N\,'(t) = 4t - 80$; 10 juli om 12.00 uur $\Rightarrow t = 9,5 \Rightarrow N\,'(9,5) = -42 < 0 \Rightarrow$ bij t = 9,5 daalt N $\Rightarrow$ de populatie neemt dan dus af.
b. $N\,'(t) = 0 \Leftrightarrow 4t - 80 = 0 \Leftrightarrow t = 20$ N is een dalparabool $\Rightarrow$ er is dus sprake van een minimum. $\Rightarrow$ min $N(20) = 2.20^2 - 80.20 + 1400 = 600$ $\Rightarrow$ het minimaal aantal insecten is 600 bij t = 20 dus op 21 juli om 0.00 uur.
c. 30 juli is van 30 juli 0.00 uur tot 31 juli 0.00 uur $\Rightarrow t$ van 29 tot 30
$t = 29 \Rightarrow N = 762$ en $t = 30$ dan $N = 800$ $\Rightarrow$ de toename is dus 38 $\Rightarrow$ de procentuele toename is dus: $\dfrac{38}{762}.100\% \approx 5,0\%$

42 $P = 0,01t^3 - 0,39t^2 + 3,15t + 220$

a. Het domein is [0 , 30]
b. B en C zijn toppen $\Rightarrow$ differentiëren $\Rightarrow \dfrac{dP}{dt} = 0,03t^2 - 0,78t + 3,15 \;\Rightarrow P\,' = 0$ geeft
$0,03t^2 - 0,78t + 3,15 = 0 \;\Leftrightarrow\; t^2 - 26t + 105 = 0 \;\Leftrightarrow\; \Leftrightarrow (t - 5)(t - 21) = 0 \Leftrightarrow\; t = 5 \vee\; t = 21$
Bij t = 5 dan P = 227,25 $\Rightarrow$ B(5 ; 227,25) ;
Bij t = 21 dan P = 206,77 $\Rightarrow$ C(21 ; 206,77)
Randpunten : t = 0 dan P = 220 $\Rightarrow$ A(0 , 220) ;
t = 30 dan P = 233,5 $\Rightarrow$ D(30 ; 233,5)
c. D is het hoogste punt $\Rightarrow$ het absolute maximum is dus 233,5 Het absolute minimum is bij punt C en is 206,77
d. Aankopen op t = 0 en verkopen bij t = 5 vervolgens weer aankopen bij t = 21 en verkopen bij t = 30

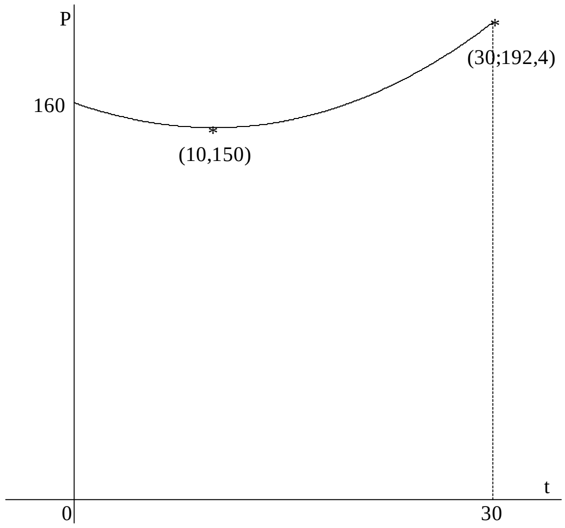
43. $P = 0,0002t^3 + 0,096t^2 - 1,98t + 160$; t = 1 op 1 april

a. Invoeren in GR $\Rightarrow$ schets

b. $P'(t) = 0,0006t^2 + 0,192t - 1,98$

$P'(t) = 0 \Rightarrow 0,0006t^2 + 0,192t - 1,98 = 0 \Leftrightarrow$
$t^2 + 320t - 3300 = 0 \Leftrightarrow (t - 10)(t + 330) = 0 \Leftrightarrow$
$t = 10 \vee t = -330$ (voldoet niet) $\Rightarrow$
$t = 10 \Rightarrow P = 150 \Rightarrow$ top (10 , 150)
$t = 0 \Rightarrow P = 160 \Rightarrow$ en $t = 30 \Rightarrow P = 192,4$
$\Rightarrow$ de randpunten zijn (0 , 160) en (30 ; 192,4)

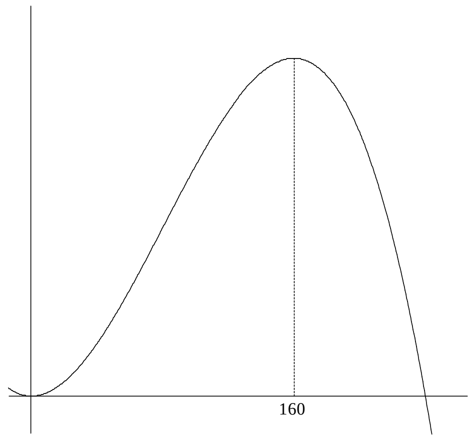
c. Het absolute maximum is bij t = 30 en is 192,4
Het absolute minimum is bij t = 10 en is 150



44. $R = 0,48q^2 - 0,002q^3$

a.. $R'(q) = 0,96q - 0,006q^2$ er geldt :
$R'(160) = 0,96 \cdot 160 - 0,006 \cdot 160^2 = 0 \Rightarrow$
bij q = 160 is er een top. Nu de schets:
daar volgt uit dat er een maximum is bij q = 160

b. $R(160) = 4096 \Rightarrow$ de maximale opbrengst is dus 4096 euro



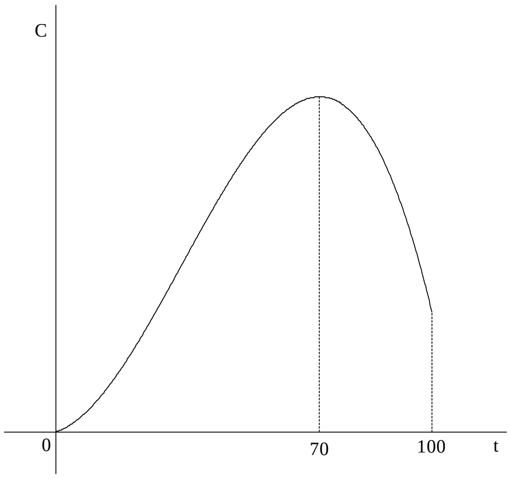
45. $C = 0,28t + 0,04t^2 - 0,0004t^3$; met C in mg per 100 ml en $0 \leq t \leq 100$ in minuten

a. 1,5 uur $\Rightarrow t = 90 \Rightarrow C(90) = 57,6 \Rightarrow$

$57,6\frac{mg}{100ml} = 567$ mg/liter

b. $\frac{dC}{dt} = 0,28 + 0,08t - 0,0012t^2 \Rightarrow C'(0) = 0,28 > 0 \Rightarrow$
de concentratie gaat direct na de injectie stijgen.

c. $C'(70) = 0$ en uit de schets volgt dat er een maximum is bij t = 70 .

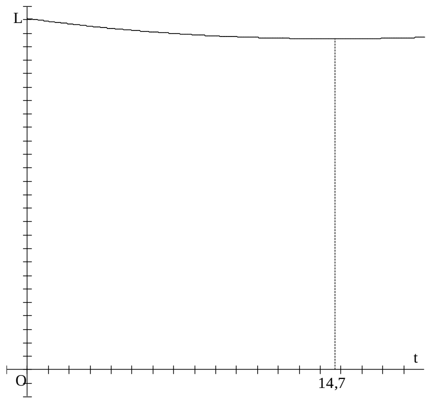


46. $L = -0,000069t^3 + 0,009t^2 - 0,22t + 26,1 \Rightarrow$
$L'(t) = -0,000207t^2 + 0,018t - 0,22$

a. $L'(25) = -0,000207 \cdot 25^2 + 0,018 \cdot 25 + 26,1 \approx 0,10$ Dit wil zeggen dat de snelheid waarop vrouwen hun eerste kind krijgen in 1975 toenam met 0,10 jaar per jaar.

b. 1960 $\Rightarrow t = 10 \Rightarrow L'(10)$ -0,0607 < 0 $\Rightarrow$ bij $t = 10$ daalt de grafiek $\Rightarrow$ de gemiddelde leeftijd neemt dus af.

c. $L'(t) = 0 \Rightarrow -0,000207t^2 + 0,018t - 0,22 = 0$ Voer in
$y_1 = -0,000207x^2 + 0,018x - 0,22 = 0$
Neem het window [0 , 70] de optie zero geeft :
$x \approx 14,7$ Verder blijkt uit de schets dat bij
$x \approx 14,7$ er sprake is van een minimum.
Dus het minimum in het jaar 1965.



d. Voer ook in $y_2 = 30$
De optie intersect levert $x \approx 56,8$
Dus in het jaar 2007.

47. $N = -4t^3 + 45t^2$ met $0 \leq t \leq 11$ en $t = 0$ om 8.00 uur.

a. $\frac{dN}{dt} = -12t^2 + 90t$; kwart over twee $\Rightarrow t = 6,25 \Rightarrow \left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=6,25} = 93,75 > 0 \Rightarrow$
bij $t = 6,25$ stijgt N $\Rightarrow$ het aantal bezoekers neemt dus toe.

b. $N'(t) = 0 \Rightarrow -12t^2 + 90t = 0 \Leftrightarrow t(90 - 12t) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee t = 7,5$

c. Bij 13.00 uur hoort $t = 5$ met $N = 625$
Bij 14.00 uur hoort $t = 6$ met $N = 756$
Het aantal bezoekers is dus 756 – 625 = 131

d. Invoeren in GR $y_1 = -4x^3 + 45x^2$ en $y_2 = 750$
M.b.v. intersect vinden we $x \approx 5,945$ en $x \approx 8,863$
Als $t = 5,945$ dan tijdstip 14.00 uur en als $t \approx 8,863$ dan is het ongeveer 16.50 uur $\Rightarrow$ tussen 14.00 uur en 16.50 uur is het aantal bezoekers meer dan 750.